



Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona

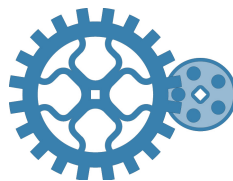
# Projecte I/II

Control lògic

Salvador Cardona

Lluïsa Jordi

2016



Departament d'Enginyeria Mecànica



## Introducció

Per comandar de forma raonable un artefacte o sistema sovint és necessari comprovar que realitza correctament el que se li demana i si no és així modificar convenientment les ordres i accions de comanada; això és **Fer el control del sistema**.

Si es pot disposar d'un sistema de control prou eficient i que es pugui realitzar sense la intervenció humana aleshores es pot **automatitzar** el funcionament de tot el sistema.

## Senyals

Les magnituds dels fenòmens que intervenen en l'evolució d'un sistema dinàmic són variables funció de temps. S'anomenen **senyals** a aquestes funcions –p.e. senyal de velocitat, d'acceleració– o a altres magnituds que representen les magnituds originals –p.e. el senyal elèctric proporcional a la velocitat procedent d'un sensor que la detecta. De manera general, un **senyal** és qualsevol fet, objecte o característica, de fet qualsevol cosa, que conté informació detectable i, per tant, utilitzable per posar-la de manifest, emmagatzemar-la i transmetre-la, si escau. Les pertorbacions que es superposen a un senyal útil s'anomenen **soroll**.

La representació gràfica, en funció del temps, d'un senyal s'anomena **forma d'ona** del senyal.

Un senyal és **analògic** quan es representa i s'analitza matemàticament com una funció contínua, la magnitud representada, d'una variable contínua, el temps. En general, es busca la proporcionalitat directa entre el senyal i la magnitud representada.

Un senyal és **digital** quan es representa quantificat en nivells i mostrejat en certs instants de temps, en principi a intervals regulars  $dt$ . El nombre de mostres que es prenen per segon és la **frequència de mostrejat**  $f_m$ . Així doncs, un senyal digital és una llista o seqüència de valors numèrics discrets, representables amb enters, capaç de ser emmagatzemada i tractada en un ordinador o qualsevol altre artefacte digital adequat. El nombre de nivells en què es divideix el marge total de representació possible del senyal usualment es mesura en nombre de bits  $n \text{ bits} = \log_2(n \text{ nivells})$ . La **resolució** del senyal digital és la diferència entre dos nivells consecutius. La resolució de la mesura –variació mínima d'una magnitud mesurada que produeix una variació perceptible de la indicació corresponent– sovint és superior a la resolució digital.



## Variables del sistema

**Les variables d'estat** d'un sistema dinàmic descriuen com és i com està un sistema en un instant donat, quantifiquen les magnituds dels fenòmens que intervenen en l'evolució del sistema. Les variables d'estat, o combinacions d'elles, que es manifesten a l'exterior del sistema, són les **variables de sortida**.

**Les variables d'entrada** d'un sistema descriuen l'acció de l'exterior sobre el sistema, no depenen per tant del sistema. **Les variables de control** són les variables d'entrada que es poden modificar mitjançant actuadors per obtenir el comportament desitjat del sistema. **Les pertorbacions** són entrades no previstes.

**Les variables o senyals de consigna** són aquelles que contenen la informació de què ha de fer el sistema, de com ha de ser-ne la sortida.

Coneixent el **comportament dinàmic** del sistema i les variables d'estat i d'entrada en un instant es coneix l'evolució del sistema en aquest instant. Per exemple, en un sistema mecànic coneixent les equacions del moviment, les forces exteriors, la posició i la velocitat es coneix l'acceleració.



## Sistemes de control

Alguns sistemes funcionen amb **llaç obert**: un controlador rep el senyal de consigna i ajusta els senyals d'entrada per tal que la sortida sigui la volguda en funció del coneixement que es té del sistema. Les pertorbacions, les variacions del comportament del sistema... són causa que la sortida no s'ajusti a la consigna.

En els sistemes amb **control de llaç tancat o amb realimentació** el controlador ajusta els senyals d'entrada en funció de la desviació de la sortida real –mesurada adequadament– respecte a la prevista per la consigna.

Els sistemes de **control lògic** es basen en la utilització de variables binàries –0/1– o lògiques –fals/cert– i l'àlgebra de Boole. El controlador pot ser **combinacional**, la seva sortida en un instant depèn només dels valors dels senyals que li entren en aquest mateix instant, o **seqüencial**, la seva sortida en un instant depèn dels valors que li arriben en aquest mateix instant i dels que li han arribat en instants anteriors, té per tant capacitat de memòria.

Les variables lògiques o binàries poden ser directament variables d'entrada o d'estat, p.e. presència sí/no, o variables obtingudes per comparació, p.e. temperatura  $> 24^{\circ}\text{C}$  sí/no.

### Funcions lògiques. Taules de veritat.

Una **funció lògica** o booleana és una funció de variables binàries el resultat de la qual es calcula aplicant a les variables els operadors de l'àlgebra de Boole: operador O (Or) o suma lògica (+); operador I (And) o producte lògic ( $\cdot$ ); operador negació No (Not). Per exemple

$$f(x, y, z) = x \cdot z + x \cdot y \cdot z$$

Les funcions lògiques es poden definir mitjançant expressions algèbriques o amb **taules de veritat**. Una **taula de veritat** especifica el valor que té la funció lògica per a cada possible combinació de valors de les variables d'entrada. Així, la taula de veritat d'una funció lògica de tres variables pot ser per exemple



$x$	$y$	$z$	$f$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

### Expressions en suma de mintermes. Simplificació. Mètode de Karnaugh

S'anomena terme mínim o **minterme** a la funció booleana d' $n$  variables definida pel producte de totes elles, negades o no. Val 1 només si totes les variables no negades valen 1 i les negades valen 0.

Qualsevol funció lògica es pot escriure com a suma de mintermes (termes canònics), com “a suma de productes”, per inspecció directa de la taula de veritat. Per a la taula de veritat anterior

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}z + x\bar{y}z + xy \cdot z$$

L'expressió de la funció lògica en mintermes en general es pot simplificar per obtenir una expressió més simple i fàcil d'avaluar. La simplificació es pot fer aplicant les lleis de l'àlgebra de Boole (Dualitat, Morgan ...) o utilitzant el **mètode de Karnaugh**.

### Lleis de l'àlgebra de Boole

#### 1. Principi de la dualitat

Tota identitat deduïda a partir dels axiomes segueix sent certa si les operacions  $+$  i  $\cdot$  i els elements 0 i 1 s'intercanvien en tota l'expressió.

#### 2. Llei d'idempotència

$$x + x = x$$

$$x \cdot x = x$$



### 3. Llei d'absorció

$$x + x \cdot y = x$$

$$x \cdot (x + y) = x$$

### 4. Llei de dominància

$$x + 1 = 1$$

$$x \cdot 0 = 0$$

### 5. Llei d'involució

$$\overline{\overline{x}} = x$$

### 6. Lleis de De Morgan

$$\overline{(x + y)} = \overline{x} \cdot \overline{y}$$

$$\overline{(x \cdot y)} = \overline{x} + \overline{y}$$

## Mètode de Karnaugh

Per utilitzar el mètode de Karnaugh la taula de la veritat de la funció es reescriu en forma de taula de doble entrada i de manera que en canviar de fila o columna només es varia de valor una variable, mapa de Karnaugh. Dins d'aquesta taula es formen tots els rectangles possibles amb uns de la funció que tinguin costats d'1, 2, 4 ... cel·les; aquests rectangles han de ser el més gran possibles considerant que la taula és cíclica tant pel que fa a les files com a les columnes; cada rectangle defineix un terme producte de les variables que no s'hi repeteixen i la funció s'expressa com la suma d'aquests termes.

El mapa de Karnaugh de la taula anterior és

$x \ y$ $z$	0 0	0 1	1 1	1 0
0	0	0	0	0
1	1	0	1	1

La funció anterior simplificada és

$$f(x, y, z) = \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z + x \cdot z = x \cdot y \cdot z + \overline{y} \cdot z$$

