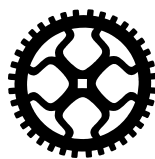




Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona

# Magnituds i unitats

Salvador Cardona  
Lluïsa Jordi  
2003



Departament d'Enginyeria Mecànica

Magnituds i unitats

Primera edició març 2003

© Els autors, 2003

Edita: Salvador Cardona i Foix

I.S.B.N.: 84-688-1310-9

Dipòsit Legal: B-14710-03

Són rigurosament prohibides, sense l'autorització escrita dels titulars del copyright, sota les sancions establertes a la llei, la reproducció total o parcial d'aquesta obra per qualsevol procediment, inclosos la reprografia i el tractament informàtic, i la distribució d'exemplars mitjançant lloguer o préstec públics.

## Introducció

Recull a partir de les normes ISO 1000:1992 i ISO 31:1992 (UNE 82100:1996)

Segons el “Real Decreto 1317/1989 de 27 de octubre”:

El sistema internacional d'unitats (SI) és el sistema legal obligatori dins de tot l'estat espanyol.

Els instruments, aparells, medis i sistemes de mesura hauran de portar les seves indicacions de magnitud en una sola unitat de mesura legal a partir del 31 de desembre de 1990.

## Magnitud física, unitat i valor numèric

Las magnituds físiques s'utilitzen per a la descripció quantitativa dels fenòmens de la Física. Aquestes magnituds es poden agrupar en categories de magnituds mútuament comparables (“de la mateixa classe”) com per exemple les longituds, els diàmetres, les distàncies, les longituds d'ona, etc.

Quan, per a una d'aquestes categories, s'escull una magnitud particular de referència, anomenada unitat, qualsevol altra magnitud de la mateixa categoria es pot expressar en funció de l'esmentada unitat indicant quantes vegades és més gran o més petita que aquesta. Això porta a expressar una magnitud com producte de la unitat escollida per un número. Aquest número s'anomena valor numèric de la magnitud expressada en la unitat utilitzada.

Exemple: Si es diu que la massa d'un cotxe és  $m = 1500 \text{ kg}$  ( $1500 \cdot \text{kg}$ ),  $m$  és el símbol de la magnitud física massa i 1500 és el valor numèric de la massa del cotxe expressada en kg.

De forma general una magnitud física es pot expressar de la forma:  $A = \{A\}[A]$  on  $A$  és el símbol de la magnitud física,  $\{A\}$  simbolitza el valor numèric de la magnitud  $A$  expressada en (o mesurada amb) la unitat  $[A]$ .

Si una magnitud s'expressa en una altra unitat  $k$  vegades més petita, el nou valor numèric passa a ser  $k$  vegades més gran. El producte del valor numèric per la unitat corresponent és constant ja que correspon a la mateixa magnitud física.

Exemple:  $d = 0,5 \text{ m} = 500 \text{ mm}$ .

## Operacions matemàtiques amb magnituds

Les lleis de la física relacionen les magnituds físiques entre elles únicament mitjançant les operacions matemàtiques de suma i producte de potències que segueixen les regles de l'àlgebra.

Només es poden sumar magnituds mútuament comparables (de la mateixa classe) -en cas contrari el resultat no correspon a cap magnitud física-:

$$C = A + B \rightarrow \{C\}[M] = \{A\}[M] + \{B\}[M] = (\{A\} + \{B\})[M]$$

(Propietat distributiva)

Les relacions entre magnituds no comparables només s'estableixen per producte de potències:

$$C = A^\alpha B^\beta \rightarrow \{C\}[C] = (\{A\}^\alpha [A]^\alpha) (\{B\}^\beta [B]^\beta) = (\{A\}^\alpha \{B\}^\beta) ([A]^\alpha [B]^\beta)$$

(Propietats commutativa i associativa)

Els arguments de les funcions (exponencials, trigonomètriques, etc.) han de ser números, valors numèrics o combinacions adimensionals de magnituds com per exemple en  $\cos(\omega t)$  on el producte  $\omega t$  és adimensional (veieu més endavant).

### **Equacions entre magnituds i equacions entre valors numèrics**

En la ciència i en la tècnica, s'utilitzen dos tipus d'equacions: equacions entre magnituds en les que un símbol literal indica la magnitud física (valor numèric multiplicat per unitat) i equacions entre valors numèrics. Les equacions entre magnituds són úniques (no depenen d'unitats) ja que corresponen a la descripció d'una realitat física, en canvi les equacions entre valors numèrics depenen de l'elecció de les unitats. En conseqüència, normalment s'ha de preferir la utilització d'equacions entre magnituds i si, per alguna raó, cal emprar equacions entre valors numèrics és imprescindible indicar les unitats emprades. Si l'equació entre valors numèrics no coincideix amb l'equació entre magnituds es diu que les unitats emprades no són coherents.

Exemple: La segona llei de Newton es formula amb l'equació  $F = ma$ . Si es fan servir el N i el  $m/s^2$  respectivament com unitats de la força i de l'acceleració es pot escriure l'equació entre valors numèrics  $\{F\} = \{m\}\{a\}$ . Ara bé si l'acceleració s'expressa en "g" ( $9,81 m/s^2$ ) l'equació entre valors numèrics passa a ser  $\{F\} = 9,81\{m\}\{a\}$ . En aquest darrer cas les unitats emprades no són coherents.

### **Magnituds bàsiques i magnituds derivades**

És útil considerar un conjunt de magnituds independents a partir de les quals es poden definir o expressar mitjançant equacions les altres magnituds. Les primeres són les magnituds bàsiques i les segones les magnituds derivades. Aquestes sempre es poden expressar com producte de potències de les magnituds bàsiques ja que les relacions entre les magnituds no comparables només s'estableixen per producte.

En el camp de la Mecànica s'utilitzen tres magnituds bàsiques: longitud, massa i temps. En el camp de l'electricitat i el magnetisme les magnituds bàsiques emprades

són: longitud, massa, temps i intensitat de corrent elèctric. El conjunt general de magnituds bàsiques inclou a més: temperatura termodinàmica, quantitat de substància i intensitat lluminosa.

### **Dimensions d'una magnitud**

A cada magnitud bàsica se li associa una dimensió. Com que les magnituds derivades sempre es poden expressar com producte de potències de les magnituds bàsiques, la dimensió associada a una magnitud derivada és un producte de potències de les dimensions associades a les magnituds bàsiques. Les lleis de la Física posen de manifest que la dimensió de qualsevol magnitud es pot expressar com un producte de potències amb exponents enters -exponents dimensionals- de les dimensions de les magnituds bàsiques.

Si tots els exponents dimensionals d'una magnitud són nuls es diu que aquesta magnitud és adimensional, es tracta d'un número.

Les dimensions assignades a les magnituds bàsiques són:

Magnitud	Dimensió
Longitud	L
Massa	M
Temps	T
Intensitat de corrent elèctric	I
Temperatura termodinàmica	$\Theta$
Quantitat de substància	N
Intensitat lluminosa	J

Exemple: La dimensió del treball és  $L^2 M T^{-2}$ .

### **Unitats bàsiques i unitats derivades**

Les unitats de les magnituds bàsiques s'anomenen unitats bàsiques i les unitats de les magnituds derivades s'anomenen unitats derivades. Hi ha dues magnituds derivades adimensionals: l'angle pla i l'angle sòlid les unitats SI de les quals s'anomenen unitats suplementàries.

Les unitats derivades es defineixen algèbricament en funció de les unitats bàsiques i de les unitats suplementàries de manera que siguin coherents (l'equació entre valors numèrics ha de coincidir amb l'equació entre magnituds). Els símbols d'aquestes unitats derivades són, en general, l'expressió algèbrica simplificada dels símbols de les unitats de partida.

Per a certes unitats SI derivades existeixen noms i símbols especials. A vegades resulta

avantatjós expressar les unitats derivades en funció d'aquestes unitats derivades que tenen noms especials.

Exemple: La unitat de força  $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$  s'anomena N -newton- i la unitat del moment d'una força s'expressa en N·m.

### Unitats bàsiques

Magnitud	Nom de la unitat	Símbol
Longitud	metre	m
Massa	kilogram	kg
Temps	segon	s
Intensitat de corrent elèctric	ampere	A
Temperatura termodinàmica	kelvin	K
Quantitat de substància	mol	mol
Intensitat lluminosa	candela	cd

Nota: A més de la temperatura termodinàmica  $-T-$ , s'utilitza també la temperatura Celsius  $-t-$  definida per l'equació  $t = T - T_0$  on  $T_0 = 273,15 \text{ K}$ . La temperatura Celsius s'expressa en graus Celsius  $^\circ\text{C}$ . La unitat grau Celsius és igual a la unitat kelvin i un interval o diferència de temperatura té el mateix valor numèric en ambdues unitats.

### Unitats suplementàries

Magnitud	Nom de la unitat	Símbol
Angle pla	radian	rad
Angle sòlid	estereoradian	sr

## Unitats amb noms i símbols especials

Magnitud	Nom de la unitat	Símbol
Freqüència	hertz	Hz
Força	newton	N
Pressió, tensió	pascal	Pa
Energia, treball, calor	joule	J
Potència (*)	watt	W
Càrrega elèctrica, quantitat d'electricitat	coulomb	C
Potencial elèctric, tensió elèctrica	volt	V
Resistència elèctrica	ohm	$\Omega$
Conductància elèctrica	siemens	S
Capacitat	farad	F
Flux magnètic, flux d'inducció magnètica	weber	Wb
Densitat de flux magnètic, inducció magnètica	tesla	T
Inductància	henry	H
Flux lluminós	lumen	lm
Iluminància	lux	lx

(\*) En Electrotècnia s'utilitza: Potència activa: watt (W); Potència aparent: voltampere (VA); Potència reactiva: voltampere reactiu (var).

## Noms i símbols d'unitats que no formen part del sistema SI però que es mantenen per raons pràctiques

Magnitud	Nom de la unitat	Símbol
Volum	litre	l o L
Massa	tona	t
Pressió d'un fluid	bar	bar
Angle pla	grau	°
	minut d'angle	'
	segon d'angle	''
Temps	minut	min
	hora	h
	dia	d

## Múltiples i submúltiples

Per formar els noms i els símbols dels múltiples i submúltiples decimals s'utilitzen els prefixos de la taula següent.

Factor	Prefix	Símbol		Factor	Prefix	Símbol
$10^{18}$	exa	E		$10^{-1}$	deci	d
$10^{15}$	peta	P		$10^{-2}$	centi	c
$10^{12}$	tera	T		$10^{-3}$	mil·li	m
$10^9$	giga	G		$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^6$	mega	M		$10^{-9}$	nano	n
$10^3$	kilo	k		$10^{-12}$	pico	p
$10^2$	hecto	h		$10^{-15}$	femto	f
10	deca	da		$10^{-18}$	atto	a

Nota: Tot i que la unitat de massa és el kg els múltiples i submúltiples es fan a partir del gram.

El símbol d'un prefix es combina amb el símbol de la unitat, s'escriuen sense espai intermedi i passen a formar el símbol d'una nova unitat que es pot combinar amb altres símbols d'unitats. Així per exemple  $10^3 \text{ m} = 1 \text{ km}$  i  $1 \text{ km}^2 = 10^6 \text{ m}^2$  (Cal entendre  $1 \text{ km}^2 = 1 (\text{km})^2$  i no  $1 \text{ km}^2 = 1 \text{ k}(\text{m})^2$ ).

No s'han de fer servir prefixos compostos com per exemple m $\mu$ m en lloc de  $\mu\text{m}$ . Es recomana no fer servir més d'un prefix en una unitat derivada, així per exemple no s'hauria de fer servir kN·cm.

Un criteri habitual per elegir el múltiple o submúltiple és que valor numèric estigui comprès entre 0,1 i 1000.

## Esriptura dels símbols d'unitats SI

Els símbols de les unitats (amb prefixos si cal) s'han d'escriure sempre amb caràcters romans (rectes), sense punt final (a no ser que ho demanin les regles de puntuació) i no canvien en plural. S'escriuen després del valor numèric complet deixant un espai. Cal escriure, per exemple,  $8,4 \text{ mm} \pm 0,2 \text{ mm} = (8,4 \pm 0,2) \text{ mm}$  però no  $8,4 \pm 0,2 \text{ mm}$ .

El producte dels símbols de les unitats es pot indicar de les següents maneres: N·m, N.m o Nm. El quocient d'aquests símbols es pot indicar: m/s,  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Cal tenir precaució en les expressions, respectar l'ordre de preferència de les operacions i utilitzar parèntesis si es consideren necessaris per facilitar la interpretació.



## Esriptura de símbols de magnituds i de valors numèrics

Els símbols de les magnituds estan formats generalment per una sola lletra de l'alfabet llatí o grec, a vegades amb subíndexos o altres signes modificadors. Aquest símbols s'imprimeixen sempre en caràcters itàlics (cursiva). Al símbol no li segueix punt, a no ser per exigències de les regles de puntuació, per exemple al final d'una frase. Les magnituds vectorials i matricials (no els seus components) s'escriuen en negreta.

Un subíndex que representa el símbol d'una magnitud física o un paràmetre s'ha d'imprimir en caràcters itàlics (cursiva). Els altres subíndexs s'han d'imprimir en caràcters romans (rectes). Exemple:  $v_r$  (velocitat relativa),  $v_i$  (velocitat del mòbil  $i$ ).

Les operacions entre magnituds i valors numèrics segueixen les mateixes regles que les operacions entre unitats citades en l'apartat anterior.

Els números s'han d'imprimir en caràcters romans (rectes). El signe decimal és una coma en la part baixa de la línia. Si el valor absolut d'un número és inferior a la unitat, el signe decimal ha d'anar precedit per un zero. Per facilitar la lectura de números amb moltes xifres, aquestes es poden separar en grups apropiats, preferentment de tres xifres a comptar des del signe decimal en un i altre sentit; els grups poden anar separats per un petit espai, però mai per un punt o altre signe. El signe de multiplicació és una aspa ( $\times$ ) o un punt volat.

Nota: En certs sistemes d'edició les lletres gregues no apareixen en cursiva.

## Esriptura de variables, funcions i operadors

S'escriuen en caràcters itàlics (cursiva):

Les variables, com  $x$ ,  $y$ , i els índexs, com  $i$  en  $x_i$ .

Els paràmetres, com  $a$ ,  $b$ , que poden considerar-se constants en un context particular.

Les funcions en general, per exemple:  $f$ ,  $g$ .

S'escriuen en caràcters romans:

Les funcions explícitament definides, per exemple:  $\sin$ ,  $\exp$ .

Les constants matemàtiques amb valor que no canvia mai:  $e$ ,  $\pi$ ,  $i$ , etc.

Els operadors ben definits, per exemple  $\text{div}$ ,  $d/dx$ .

L'argument d'una funció s'escriu entre parèntesi després del símbol de la funció, sense espai entre el símbol i el primer parèntesi, per exemple  $\cos(\omega t + \varphi)$ . Si el símbol de la funció té dues o més lletres i l'argument no porta signe d'operació, es poden ometre els parèntesis. En aquest cas, és convenient deixar un espai entre la funció i l'argument. De totes maneres cal utilitzar els parèntesis per facilitar la interpretació de l'ordre de preferència de les operacions.

Si una expressió o equació no cap en una sola línia, és preferible continuar en la línia següent després d'un dels signes =, +, -, ±, o si és necessari després d'un dels signes x, ·, o /. En aquest cas, el signe s'interpreta com final de la primera línia i informa que continua en la línia següent, de la mateixa o de la següent pàgina. Els signes no s'han de repetir al principi de la línia següent.

## Magnituds: símbols i unitats

### Mecànica

Magnitud	Símbol	Unitat	Comentaris
Angle pla	$\alpha, \beta..$	rad, ( $^{\circ}$ , ', ")	
Angle sòlid	$\Omega$	sr	
Longitud	$l, (L)$	m	
Amplada	$b$	m	
Altura	$h$	m	
Radi	$r$	m	
Diàmetre	$d, D$	m	
Longitud de trajectòria	$s$	m	
Longitud d'ona	$\lambda$	m	
Àrea	$A, (S)$	m <sup>2</sup>	
Volum	$V$	m <sup>3</sup> , (l, L)	
Temps	$t$	s, (min, h, d)	
Velocitat	$u, v, w, c$	m/s	
Acceleració	$a$	m/s <sup>2</sup>	
Acceleració de la gravetat	$g$	m/s <sup>2</sup>	
Velocitat angular	$\omega$	rad/s	
Acceleració angular	$\alpha$	rad/s <sup>2</sup>	
Període	$T$	s	
Defasament	$\varphi$	rad	
Constant de temps	$\tau, (T)$	s	
Freqüència	$f, \nu$	Hz	
Freqüència de rotació	$n$	s <sup>-1</sup> , (min <sup>-1</sup> )	voltes per unitat de temps
Freqüència angular, freqüència circular, pulsació	$\omega$	rad/s	
Massa	$m$	kg, (t)	
Densitat	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	
Moment d'inèrcia	$I, J$	kg·m <sup>2</sup>	
Quantitat de moviment	$p$	kg·m/s	

Magnitud	Símbol	Unitat	Comentaris
Moment cinètic	$L$	kg·m <sup>2</sup> /s	
Força	$F$	N	
Pes	$F_g,$ ( $G, P, W$ )	N	
Moment d'una força	$M$	N·m	
Moment d'un parell	$T$	N·m	
Pressió	$p$	Pa (bar)	
Tensió	$\sigma, \tau$	Pa	
Deformació lineal	$\varepsilon$		
Deformació angular	$\gamma$		
Coefficient de Poisson	$\mu, \nu$		
Mòdul d'elasticitat	$E$	Pa	
Mòdul de torsió	$G$	Pa	
Mòdul d'inèrcia	$Z, W$	m <sup>3</sup>	
Moment quadràtic d'una àrea plana	$I_a, (I)$	m <sup>4</sup>	
Moment quadràtic polar d'una àrea plana	$I_p$	m <sup>4</sup>	
Coefficient de frec	$\mu, (f)$		
Viscositat dinàmica	$\eta, (\mu)$	Pa·s	
Viscositat cinemàtica	$\nu$	m <sup>2</sup> /s	
Tensió superficial	$\gamma, \sigma$	N/m	
Treball	$W, (A)$	J	
Energia	$E, (W)$	J	
Energia potencial	$E_p, V, \phi$	J	
Energia cinètica	$E_k, K, T$	J	
Potència	$P$	W	
Rendiment	$\eta$		
Cabal màssic	$q_m$	kg/s	
Cabal de volum	$q_v$	m <sup>3</sup> /s	

## Electricitat

Magnitud	Símbol	Unitat	Comentaris
Intensitat de corrent elèctric	$I$	A	
Densitat de corrent	$J, (S)$	A/m <sup>2</sup>	
Càrrega elèctrica, quantitat d'electricitat	$Q$	C	
Intensitat de camp elèctric	$E, (K)$	V/m	
Potencial elèctric	$V, \varphi$	V	
Diferència de potencial, tensió elèctrica	$U, (V)$	V	En corrent altern s'utilitza la lletra $u$ per a valors instantanis.
Capacitat	$C$	F	
Permitivitat	$\varepsilon$	F/m	
Intensitat de camp magnètic	$H$	A/m	
Inducció magnètica, densitat de flux magnètic	$B$	T	
Flux magnètic, flux d'inducció magnètica	$\Phi$	Wb	
Autoinductància	$L$	H	
Inductància mútua	$M, L_{12}$	H	
Permeabilitat	$\mu$	H/m	
Resistència	$R$	$\Omega$	
Resistivitat	$\rho$	$\Omega \cdot m$	
Reluctància	$R, R_m$	H <sup>-1</sup>	
Nombre d'espores	$N$		
Nombre de fases	$m$		
Nombre de pols	$p$		
Impedància	$Z$	$\Omega$	
Reactància	$X$	$\Omega$	
Admitància	$Y$	S	
Potència	$P$	W	Potència activa (W), aparent (VA) i reactiva (var)

Nota: En electricitat s'usa el W·h com a unitat d'energia.

## Termodinàmica

Magnitud	Símbol	Unitat	Comentaris
Temperatura termodinàmica	$T, \Theta$	K	
Temperatura Celsius	$t, \theta$	°C	
Coeficient de dilatació lineal	$\alpha_l$	K <sup>-1</sup>	
Calor	$Q$	J	
Capacitat calorífica a pressió constant	$c_p$	J/(kg·K)	
Capacitat calorífica a volum constant	$c_v$	J/(kg·K)	
Relació de les capacitats calorífiques	$\gamma = c_p/c_v$		
Entropia	$S$	J/K	
Energia interna	$U, (E)$	J	
Entalpia	$H, (I)$	J	