Escola Tècnica Superior d'Enginyers Industrials de Barcelona

Teoria de Màquines

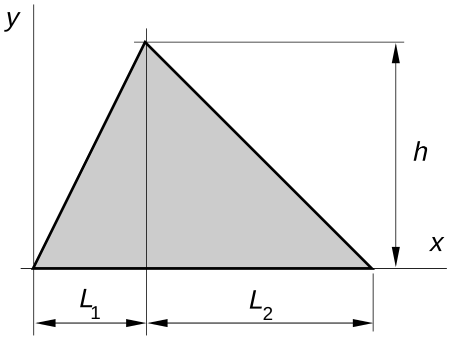
Problemes elementals de geometria de masses

Salvador Cardona
Daniel Clos

1998

Departament d'Enginyeria Mecànica

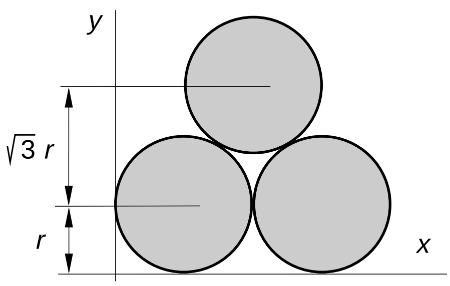
EXERCICI 5-1



L_1 = 150 mm L_2 = 300 mm
h = 300 mm

Determineu les coordenades (x,y) del centre d'inèrcia (centre de masses) G de la placa triangular homogènia de la figura si L_1 = 150 mm, L_2 = 300 mm i h = 300 mm.

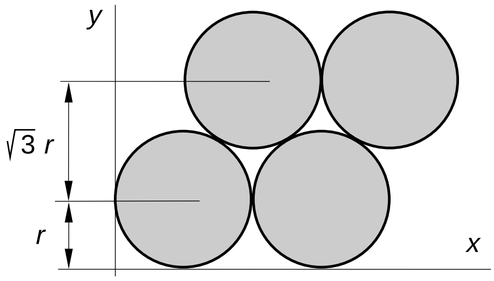
EXERCICI 5-2



r = 100 mm

L'objecte de la figura s'ha construït soldant els punts de contacte de 3 esferes iguals i homogènies de radi r =100 mm. Determineu les coordenades (x,y) del centre d'inèrcia G d'aquest objecte.

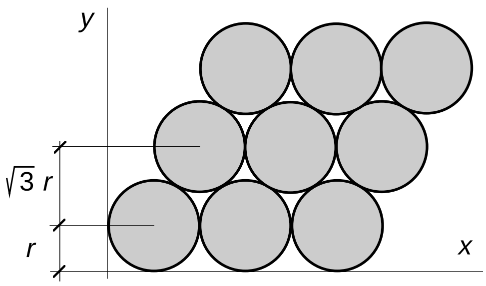
EXERCICI 5-3



r = 10 mm

L'objecte de la figura s'ha construït soldant els punts de contacte de 4 esferes iguals i homogènies de radi r =10 mm, de manera que els seus centres estan en un mateix pla. Determineu les coordenades (x,y) del centre d'inèrcia G d'aquest objecte.

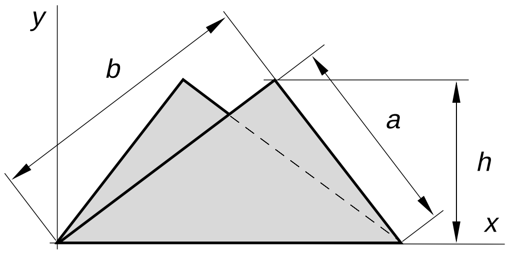
EXERCICI 5-4



r = 10 mm

L'objecte de la figura s'ha construït soldant els punts de contacte de 9 esferes iguals i homogènies de radi r = 10 mm, de manera que els seus centres estan en un mateix pla. Determineu les coordenades (x,y) del centre d'inèrcia G d'aquest objecte.

EXERCICI 5-5



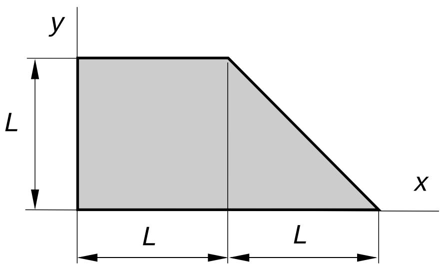
a = 30 mm b = 40 mm

L'objecte de la figura s'ha obtingut plegant per una diagonal una placa rectangular homogènia, determineu:

a) La distància h.

b) Les coordenades (x,y) del centre d'inèrcia G de l'objecte.

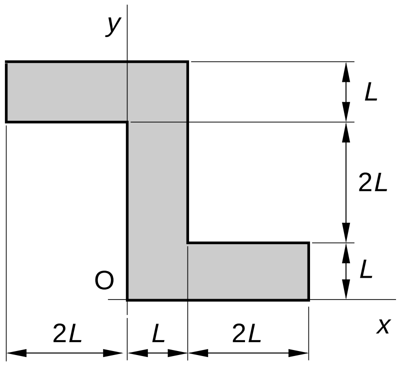
EXERCICI 5-6



L = 90 mm

Determineu les coordenades (x,y) del centre d'inèrcia G de la placa homogènia de la figura on L = 90 mm.

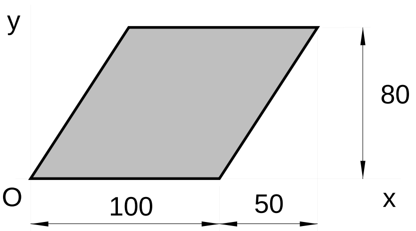
EXERCICI 5-7



L = 10 mm

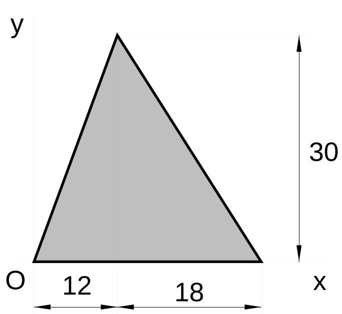
Determineu les coordenades (x,y) del centre d'inèrcia de la placa homogènia de la figura.

EXERCICI 5-8



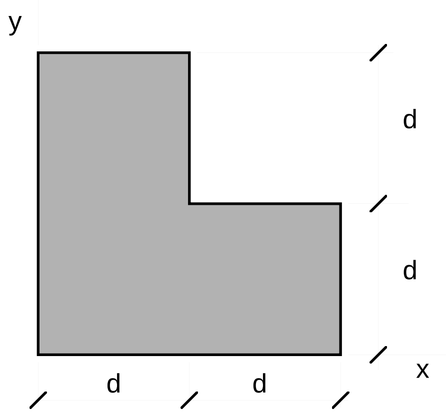
Determineu les coordenades (x,y) del centre d'inèrcia G de la placa romboïdal de la figura.

EXERCICI 5-9



Determineu les coordenades (x,y) del centre d'inèrcia G de la placa triangular de la figura.

EXERCICI 5-10



d = 300 mm

Determineu les coordenades (x, y) del centre d'inèrcia de la placa homogènia de la figura.

Solucions

E 5-1 L’altura dibuixada divideix la placa de la figura en dues places en forma de triàngle rectangle i de masses proporcionals a L_1 i L_2 ja que són proporcionals a les seves superfícies $hL_1/2$ i $hL_2/2$. El centre d’inèrcia d’un triangle es troba sempre a una distància $h/3$ de la base.

$$x_G = \frac{L_1(2L_1/3) + L_2(L_1+L_2/3)}{L_1 + L_2} = 200 \text{ mm}$$

$$y_G = \frac{h}{3} = 100 \text{ mm}$$

E 5-2 El centre d’inèrcia de cada esfera està situat en el seu centre i la seva massa és m.

$$x_G = \frac{mr + m2r + m3r}{3m} = 200 \text{ mm}$$

$$y_G = \frac{mr + m\left(r + \sqrt{3}r\right) + mr}{3m} = 155{,}7 \text{ mm}$$

La coordenada x_G és por determinar per inspecció directa veient la simètria respecte a l’eix vertical que passa pel centre de l’esfera superior.

E 5-3 El centre d’inèrcia de cada esfera està situat en el seu centre i la seva massa és m.

$$x_G = \frac{mr + m2r + m3r + m4r}{4m} = 25 \text{ mm}$$

$$y_G = \frac{2mr + 2m\left(r + \sqrt{3}r\right)}{4m} = 18{,}66 \text{ mm}$$

E 5-4 Per inspecció directa veient la simètria respecte a dos eixos que es tallen en el centre de l’esfera central

$$x_G = 4r = 40 \text{ mm}$$

$$y_G = r + \sqrt{3}r = 27{,}32 \text{ mm}$$

E 5-5 a) La base horitzontal d’un dels triangles rectàngles que s’obtenen és $s = \sqrt{a^2 + b^2}$ i la seva àrea és $a \cdot b/2 = s \cdot h/2$ d’on $h = 24$ mm.

b) Per inspecció directa veient la simètria d’un triàngle amb l’altre respecte a l’eix vertical situat a $s/2$ de l’eix y

$$x_G = s/2 = 25 \text{ mm}$$

$$y_G = h/3 = 8 \text{ mm}$$

E 5-6 La placa es pot dividir en una placa triangular de massa m i una de quadrada de massa $2m$. La posició del centre d’inèrcia d’ambdues és conegut.

$$x_G = \frac{2m(L/2) + m(L + L/3)}{3m} = 70 \text{ mm}$$
$$y_G = \frac{2m(L/2) + m(L/3)}{3m} = 40 \text{ mm}$$

E 5-7 La placa es pot dividir en tres plaques: dues de mides 2*L*x*L* i massa *m* i una de mides *L*x4*L* i massa 2*m*. La posició del centre d'inèrcia de cadascuna és conegut.

$$x_G = \frac{m(-L) + 2m(L/2) + m(L + L)}{4m} = 5 \text{ mm}$$
$$y_G = \frac{m(3L + L/2) + 2m(L + L) + m(L/2)}{4m} = 20 \text{ mm}$$

E5-8 Per inspecció directa veient la posició de la intersecció de les diagonals de la placa, que és el centre d'inèrcia per a qualsevol paral·lelogram

$$x_G = 75 \text{ mm}$$
$$y_G = 40 \text{ mm}$$

E 5-9 L'altura dibuixada divideix la placa de la figura en dues plaques en forma de triàngle rectangle i de masses proporcionals a 12 i 18 ja que són proporcionals a les seves superfícies 13·30/2 i 18·30/2. El centre d'inèrcia d'un triangle es troba sempre a una distància *h*/3 de la base.

$$x_G = \frac{12 \cdot (2 \cdot 12/3) + 18 \cdot (12 + 18/3)}{12 + 18} = 14 \text{ mm}$$
$$y_G = \frac{h}{3} = 10 \text{ mm}$$

E 5-10 La placa es pot dividir en una placa rectangular de mida *d*x2*d* i massa 2*m* i una placa quadrada de costat *d* i massa *m*.

$$x_G = y_G = \frac{2m \cdot (d/2) + m \cdot (d + d/2)}{3m} = 250 \text{ mm}$$

La igualtat entre les dues components es pot veure per inspecció directa a causa de la simetria de la placa.